

ارائه یک مدل ریاضی برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان در سیستم‌های صنعتی دارای قطعات افزونه با در نظر گرفتن شاخص‌های اقتصادی

محمود شهرخی^۱، زهرا سبحانی^۲

^۱ استادیار، دانشگاه کردستان، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی صنایع

^۲ دانشجوی دکتری، دانشگاه کردستان، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی صنایع

نام نویسنده مسئول:

محمود شهرخی

چکیده

در این مقاله، روش بهینه‌سازی سطوح مختلف قابلیت اطمینان سیستم سری-موازی چندحالتی با در نظر گرفتن شاخص‌های اقتصادی ارائه شده است. در رویکرد ارائه شده در این مقاله ابتدا دسترسی‌پذیری سیستم با استفاده از شبکه مارکوفی به صورت یک مدل برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح غیرخطی درآمده که با حل آن قطعات سیستم به گونه‌ای انتخاب می‌شود که مجموع هزینه‌های ساخت و بهره‌برداری سیستم (شامل هزینه خرید قطعات، هزینه کاهش ظرفیت و همچنین هزینه ناشی از توقف کامل سیستم) کمینه شود. همچنین مهم‌ترین تفاوت این مدل با پژوهش‌های گذشته در این است که در این مدل صرفه‌جویی حاصل از سفارش دسته‌ای قطعات در هزینه‌های کل سیستم لحاظ شده است. در انتها نیز با ذکر یک مثال عددی نتایج حاصل از حل مدل پیشنهادی را مورد بررسی قرار داده ایم.

واژگان کلیدی: مدل دیاگرام بلوکی - قابلیت اطمینان (RBD) - افزونگی -

شاخص اقتصادی

مقدمه

بهینه‌سازی طراحی سیستم‌های صنعتی باید با در نظر گرفتن معیارهای اقتصادی انجام گیرد که هزینه‌ها در فازهای ساخت و بهره‌برداری از مهمترین آن‌ها هستند. قابلیت اطمینان یک سیستم یکی از فاکتورهای مهم در طراحی سیستم‌ها است زیرا بیانگر احتمال وقوع توقفات غیرمنتظره می‌باشد که اغلب هزینه‌های زیادی را به سیستم تحمیل می‌کند. به همین منظور طراحان همیشه در پی افزایش قابلیت اطمینان هر سیستم هستند. از طرفی در زمان طراحی یک سیستم همواره بحث محدودیت بودجه در دسترس برای خرید و ساخت قطعات مطرح می‌باشد. با در اختیار داشتن بودجه بیشتر می‌توان قطعاتی با کیفیت بیشتر تهیه کرد که به معنای ارتقاء قابلیت اطمینان سیستم کل است. اینکار می‌تواند به معنای سفارش قطعات به تامین‌کنندگان معتبرتر باشد که کیفیت و همچنان هزینه بیشتری را ارائه می‌کنند. از سوی دیگر با افزایش حجم سفارش قطعات مشابه علاوه بر کاهش هزینه سفارش، می‌توان از تخفیفات مربوط به حجم سفارش نیز بهره برد. از این رو در این مقاله مدلی برای در نظر گرفتن محدودیت بودجه ساخت با هدف کمینه کردن کل هزینه سیکل عمر محصول شامل هزینه ساخت و بهره‌برداری ارائه شود. از آنجا که مدل ارائه شده بستگی به ساختار سیستم مورد نظر دارد بنابراین مدل ارائه شده در این مقاله متناسب با نمونه مورد بررسی توسعه داده شده است. مدل ارائه شده از نوع برنامه‌ریزی صفر و یک غیرخطی می‌باشد که با توجه به حجم کوچک آن به روش شمارش کامل حل شده است. در ادامه ابتدا پیشینه پژوهش و سپس مدل پیشنهادی ارائه شده است و در آخر پس از حل یک مثال عددی، نتایج مورد بحث قرار گرفته اند.

۱. پیشینه پژوهش

پژوهشگران بسیاری در زمینه بهینه‌سازی سیستم‌های چندحالتی تحقیق کرده‌اند. از آن میان می‌توان به موارد زیر اشاره نمود: چین‌چیا^۱ یک مسئله حداکثرسازی جریان را در یک شبکه با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان اجزاء آن حل نموده‌است [1]. یی^۲ و همکارانش کارایی سیستم را مد نظر قرار داده و یک مسئله بهینه‌سازی قابلیت اطمینان را با در نظر گرفتن سطوح مختلف قابلیت اطمینان برای هر یک از قطعات به صورتی در نظر گرفته است که کارایی سیستم کل تابعی از میزان خرابی هر یک قطعات باشد [2]. رویی^۳ و همکارانش همین مسئله را با توسعه یک الگوریتم بهینه‌سازی قابلیت اطمینان با در نظر گرفتن امکان تسهیم کارایی و با هدف حداقل کردن نقش سیستم کلی بهبود داده‌اند [3]. بسیاری از دانشمندان از توزیع‌های احتمالی و روش‌های فراابتکاری استفاده کرده‌اند. به طور مثال مرجع [4] با در نظر گرفتن یک توزیع باینومیل همبسته^۴ و روش فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید روشی را برای بهینه‌سازی افزونگی در شبکه‌های کامپیوتری ارائه کرده است. فیفه^۵ و همکاران، مدلی برای مسئله تخصیص قابلیت اطمینان با استراتژی فعال ارائه کردند که در آن دو محدودیت هزینه و وزن محصول مد نظر قرار گرفته و متغیرهای تصمیم تعداد افزونه و نوع راه‌حل انتخابی شده برای طراحی آن می‌باشد. سیستم مورد بررسی آن‌ها دارای ۱۴ زیرسیستم بود که برای هر زیرسیستم ۴ گزینه موجود بوده که از بین آن‌ها تنها یک گزینه برای هر زیرسیستم انتخاب می‌شد. آن‌ها این مسئله را با الگوریتم برنامه‌ریزی پویا حل نمودند [5].

با توجه به بررسی‌های انجام شده تاکنون مطالعه‌ای برای مدلسازی قابلیت اطمینان تامین‌کنندگان، امکان تخفیف برای سفارش دسته‌ای (قطعات یکسان) و با در نظر گرفتن هزینه‌های ساخت و خرابی در سطوح کارایی مختلف توسعه داده نشده است. در این مقاله یک مدل جدید برای این حالت توسعه داده شده است.

۲. بیان مسئله

همانطور که شکل ۱ نشان می‌دهد، مسئله‌ی قابلیت اطمینان مورد مطالعه، شامل یک سیستم سری-موازی چندحالتی است که دربرگیرنده‌ی تعدادی قطعه می‌باشد.

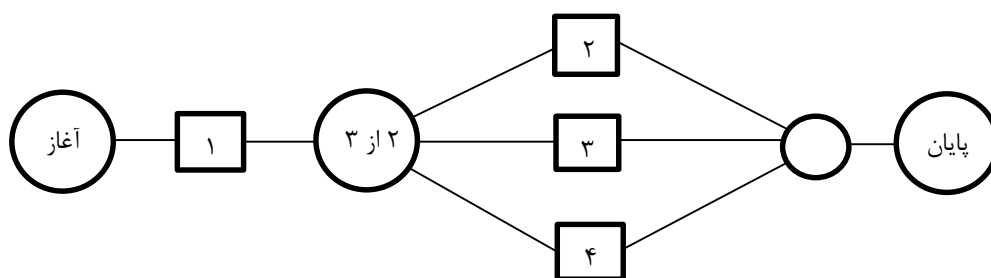
¹ J. Chin-Chia

² L. Y. Yi, et al

³ P. Rui, et al

⁴ Correlated binomial distribution

⁵ Fyffe, et al



شکل (۱): سیستم سری-موازی مثال مورد نظر

امکان خرید هر یک از این قطعات با قابلیت اطمینان‌های مختلف وجود دارد که قیمت خرید هر قطعه نیز وابسته به سطح قابلیت اطمینان آن قطعه است که ممکن است تابعی از کیفیت کار تامین کننده آن باشد. قابلیت اطمینان کل سیستم بستگی به مقدار قابلیت اطمینان اجزای تشکیل دهنده آن دارد. همچنین در صورتی که چند قطعه‌ی مشابه با یک سطح قابلیت اطمینان خریداری شوند (دارای کیفیت مشابه باشند)، قیمت آن‌ها مشمول تخفیف می‌شود.

سیستم مورد نظر دارای بخش‌هایی است که هر یک دارای ۵۰٪ ظرفیت اسمی هستند و بنابر این سیستم می‌تواند در سه وضعیت: (۱) ظرفیت کامل، (۲) نیمه بار و یا (۳) توقف کامل قرار گیرد. هر یک از این وضعیت‌ها زمانی رخ می‌دهد که به ترتیب حداقل دو بخش با ظرفیت ۵۰ درصد و یا یک بخش با ظرفیت ۵۰ درصد فعال بوده و یا به علت خرابی همه‌ی بخش‌ها متوقف شوند. هر یک از حالت‌های نیمه بار و توقف کامل سبب تحمیل هزینه‌هایی به سیستم می‌شود. هر چه اجزای سیستم با سطح قابلیت اطمینان بالاتری خریداری شوند، از یک سو قابلیت اطمینان کل سیستم افزایش می‌یابد (و احتمال خرابی و کاهش ظرفیت یا توقف کامل سیستم کاهش می‌یابد) ولی از سوی دیگر هزینه‌های خرید افزایش می‌یابد. هدف این مسئله انتخاب قطعات برای خرید با توجه به هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های خرابی و خرید است. در ادامه پارامترها، متغیرهای تصمیم و تابع هدف و محدودیت‌ها با ذکر جزئیات ارائه می‌شوند.

۱-۲ مفروضات مسئله:

۱. هر یک از قطعات را می‌توان در سطوح قابلیت اطمینان متفاوتی تامین نمود. مقادیر قابلیت این سطوح قابلیت اطمینان ثابت و مشخص است.
۲. قیمت خرید برای هر یک از سطوح قابلیت اطمینان هر یک از قطعات ثابت و مشخص است.
۳. کارکرد قطعات ۲، ۳ و ۴ کاملاً یکسان بوده و هر یک ۵۰٪ ظرفیت مورد نیاز را تامین می‌کنند.
۴. در صورت یکسان بودن سطح قابلیت قطعات ۲، ۳ و ۴، آن‌ها می‌توانند به صورت گروهی (۲ و ۳ یا ۳ عددی) سفارش داده شوند و در اینصورت قیمت خرید هر واحد آن‌ها مشمول تخفیف می‌شوند.
۵. سیستم ممکن است با توجه به خرابی قطعات در سه وضعیت بار کامل، نیمه بار و یا توقف قرار گیرد.
۶. مسئله از نوع تک دوره‌ای می‌باشد که هزینه کار در حالت نیمه بار و یا توقف به ازاء یکبار رخ دادن آن‌ها برای همه‌ی دوره محاسبه می‌شود.
۷. اگر سیستم ابتدا در حالت کار نیمه بار قرار گرفته و سپس توقف کامل نماید باید هزینه توقف کامل برای آن در نظر گرفته شود.

۲-۲ نمادها و پارامترها

C_2 : هزینه‌ی وقوع توقف

C_3 : هزینه‌ی وقوع نیمه بار

B : سقف بودجه خرید قطعات

n : تعداد قطعات

i : اندیس قطعه

j : اندیس سطح قابلیت اطمینان برای قطعات

R_{ij} : قابلیت اطمینان قطعه i ام اگر از سطح اطمینان j ام برخوردار باشد

C_{ij} : هزینه خرید قطعه i با سطح اطمینان j وقتی به صورت تکی خریداری می‌شود
 C'_{ij} : هزینه خرید قطعه i با سطح اطمینان j وقتی به صورت دوتایی خریداری می‌شود
 C''_{ij} : هزینه خرید قطعه i با سطح اطمینان j وقتی به صورت سه تایی خریداری می‌شود

۳-۲ متغیرهای تصمیم

y_{ij} : متغیر باینری با مقادیر ۱ اگر قطعه i ام با قابلیت اطمینان j ام خریداری شود و صفر در غیر این صورت
 A_1 : هزینه خرید کل
 A_2 : مجموع هزینه‌ی توقف کامل سیستم
 A_3 : مجموع هزینه‌ی نیمه‌بار شدن سیستم
 P_0 : قابلیت اطمینان صفر درصد (احتمال اینکه سیستم کاملاً متوقف شود)
 P_{50} : قابلیت اطمینان ۵۰ درصد (احتمال اینکه سیستم با ۵۰٪ ظرفیت کار کند)
 R_i : قابلیت اطمینان قطعه i ام

۴-۲ توابع هدف و محدودیت‌ها

هدف مسئله عبارت از کمینه کردن کل هزینه‌های سیستم؛ شامل هزینه‌ی خرید کل، مجموع هزینه‌ی توقف کامل سیستم و مجموع هزینه‌ی نیمه‌بار شدن سیستم است.

$$\text{Min } Z = A_1 + A_2 + A_3 \quad (۱)$$

Subjected to:

$$\begin{aligned} A_1 = & \sum_{j=1}^3 3y_{2j}y_{3j}y_{4j}C''_{ij} \\ & + \sum_{j=1}^3 (y_{2j}y_{3j}(1-y_{4j}) + y_{2j}y_{4j}(1-y_{3j}) + y_{3j}y_{4j}(1-y_{2j})) \\ & \times C'_{ij} \\ & + \sum_{j=1}^3 (y_{2j}(1-y_{3j})(1-y_{4j}) + y_{3j}(1-y_{2j})(1-y_{4j}) \\ & + y_{4j}(1-y_{2j})(1-y_{3j})) \times C_{ij} + \sum_{j=1}^3 y_{1j}C_{1j} \end{aligned} \quad (۲)$$

$$A_2 = C_2 P_0 \quad (۳)$$

$$P_0 = ((1-R_1)(1-(1-R_2)(1-R_3)(1-R_4)) + R_1(1-R_2)(1-R_3)(1-R_4) + (1-R_1)(1-R_2)(1-R_3)(1-R_4))$$

$$A_3 = C_3 P_{50} (1-P_0) \quad (۴)$$

$$P_{50} = R_1 \times (R_2(1-R_3)(1-R_4) + R_3(1-R_2)(1-R_4) + R_4(1-R_2)(1-R_3))$$

$$A_1 \leq B \quad (۵)$$

$$R_i = \sum_{j=1}^3 Y_{ij} R_{ij} \quad \forall i \quad (۶)$$

$$\sum_{j=1}^3 y_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (7)$$

$$y_{ij} = 0, 1$$

محدودیت (۲) هزینه‌ی خرید کل قطعات را با توجه به نوع سفارش قطعات ۲، ۳ و چهار (یکسان بودن و یا نبودن سطوح قابلیت اطمینان آن‌ها) می‌باشد. متغیرهای صفر و یک در این محدودیت برای تشخیص اینکه چه تعداد از این قطعات در سطح قابلیت اطمینان یکسانی هستند به کار رفته‌اند.

محدودیت (۳) بیانگر کل هزینه‌ی ناشی از توقف کامل سیستم است.

محدودیت (۴) نیز هزینه‌ی نیمه بار شدن سیستم (زمانی که سیستم تنها با ۵۰٪ از ظرفیت خود کار می‌کند) را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که اگر سیستم ابتدا در حالت کار نیمه بار قرار گرفته و سپس توقف کامل نماید باید هزینه توقف کامل برای آن در نظر گرفته شود و به همین دلیل در این محدودیت احتمال این حالت از کل احتمال کار نیمه بار کم شده است زیرا هزینه آن قبلاً در محدودیت ۳ در نظر گرفته شده است.

محدودیت (۵) نشان دهنده‌ی سقف بودجه‌ی در دسترس برای خرید قطعات می‌باشد. محدودیت (۶) بیانگر قابلیت اطمینان هر قطعه است و محدودیت (۷) تضمین می‌کند برای هر قطعه فقط در یک سطح اطمینان انتخاب شود.

$$R_0 = (1 - R_1) + R_1(1 - R_2)(1 - R_3)(1 - R_4) \quad (8)$$

$$R_{50} = R_1(R_2(1 - R_3)(1 - R_4) + (1 - R_2)R_3(1 - R_4) + (1 - R_2)(1 - R_3)R_4) \quad (9)$$

روابط (۸) و (۹) مقادیر R_0 و R_{50} را بدست می‌دهد.

۳- مثال عددی

در این بخش با ارائه مثالی از مقادیر عددی به حل مدل پیشنهادی می‌پردازیم. با توجه به کوچک بودن مثال ارائه شده از نرم افزار Excel برای حل آن استفاده شده است. بدیهی است با افزایش حجم مسئله و پیچیدگی آن برای حل مدل به روش‌های فراابتکاری نیاز است. این مثال شامل سیستمی با ۴ قطعه است که سه قطعه به صورت موازی و یک قطعه به صورت متوالی با سایر قطعات قرار گرفته است (شکل ۱). قطعات ۲، ۳ و ۴ مشابه هستند و در صورتی که هر یک با قابلیت اطمینان متفاوتی نسبت به هم (سفارش به صورت تکی) خریداری شوند تخفیفی به آن‌ها تعلق نگرفته و هزینه‌ی خرید آن‌ها از مقادیر C_{ij} بدست می‌آید. در صورتی که دو قطعه از سه قطعه قابلیت اطمینان یکسان داشته باشند (سفارش به صورت دو تایی)، هزینه هر یک از دو قطعه مشابه با مقادیر C'_{ij} محاسبه می‌شود و اگر هر سه قطعه قابلیت اطمینان یکسان داشته باشند (سفارش به صورت سه تایی)، مقادیر هزینه‌ی آن‌ها C''_{ij} می‌باشد. همچنین مقادیر برخی پارامترهای مثال به شرح زیر است و مقادیر بقیه‌ی پارامترها در جدول (۱) نشان داده شده است.

$$C_2 = 10, C_3 = 3, B = 1000, n = 4, R_{i1} = 0.9, R_{i2} = 0.95, R_{i3} = 0.99$$

جدول (۱): مقادیر پارامترهای ورودی مسئله

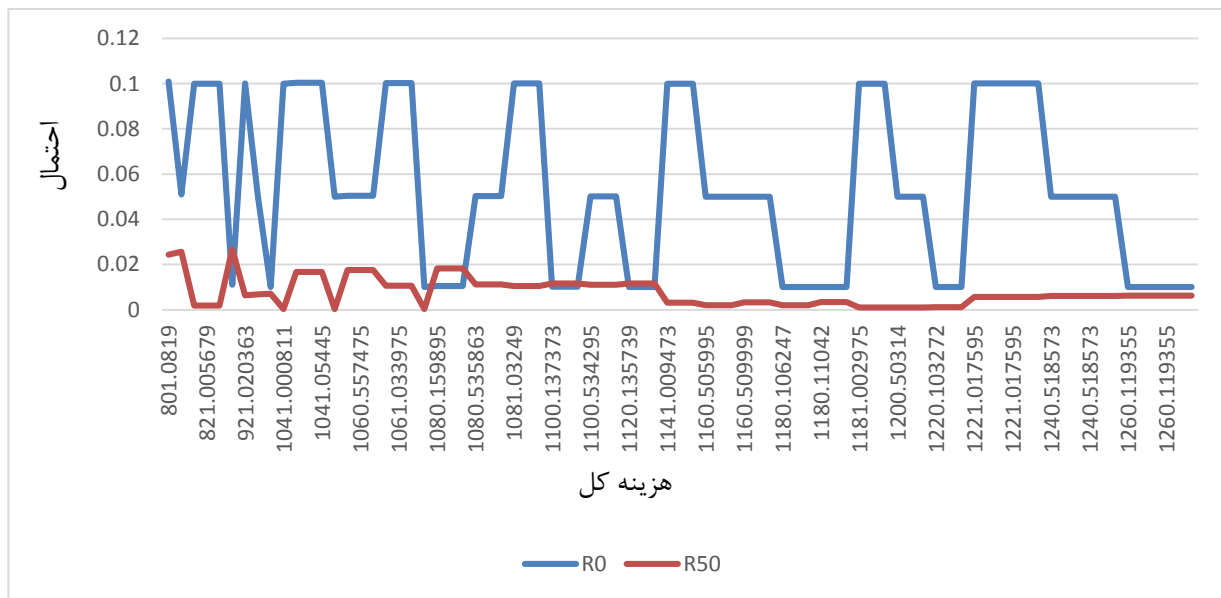
سطح قابلیت اطمینان			قیمت خرید هر واحد
۰,۹۹	۰,۹۵	۰,۹	
۲۴۰	۲۲۰	۲۰۰	C_{1j}
۳۸۰	۳۴۰	۳۰۰	C_{ij}
۳۲۰	۲۸۰	۲۵۰	C'_{ij}
۲۸۰	۲۴۰	۲۰۰	C''_{ij}

جدول (۲) مقادیر بهینه‌ی تابع هدف و سطح قابلیت اطمینان هر یک از قطعات را نشان می‌دهد. همچنین شکل (۲) تغییرات احتمالات توقف کامل و کار نیمه‌بار را نسبت به هزینه‌ی کل سیستم نشان می‌دهد. احتمال وقوع توقف کامل در اکثر مقادیر هزینه بیشتر از حالت نیمه بار است. همچنین با افزایش هزینه لزوماً احتمال توقف کامل سیستم و حالت نیمه بار کاهش نمی‌یابد.

جدول (۲) : جواب بهینه‌ی مدل

مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم	مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم
۸۰۰	A_1	۰,۹	R_1
۱,۰۰۹	A_2	۰,۹	R_2
۰,۰۷۲۹	A_3	۰,۹	R_3
۰,۱۰۰۹	R_0	۰,۹	R_4
۰,۰۲۴۳	R_{50}	۸۰۱,۰۸۱۹	Z

شکل ۲ نمودار تغییر احتمال توقف کامل و کار نیمه‌بار را نسبت به تغییرات هزینه کل شامل هزینه خرید، توقف کامل و کار نیمه بار نشان می‌دهد. خطوط قرمز در این نمودار بیانگر احتمال کار نیمه بار و خطوط آبی نمایانگر توقف کامل است. همچنانکه مشاهده می‌شود برخلاف انتظار مقادیر احتمال توقف و یا نیمه بار با هزینه کل دارای یک رابطه پیچیده هستند و با افزایش هزینه ممکن است به صورت پی در پی کاهش و افزایش یابند.



شکل (۲) : نمودار احتمال توقف کامل و نیمه بار نسبت به هزینه کل

۴- نتیجه گیری

در این مقاله، یک مدل برنامه ریزی مختلط عدد صحیح غیر خطی برای مسئله قابلیت اطمینان سیستم سری-موازی چند حالتی ارائه گردید. هدف این مدل انتخاب اجزای سیستم به گونه ایست که مجموع هزینه های سیستم، شامل هزینه خرید قطعات و هزینه کاهش ظرفیت سیستم و همچنین هزینه ناشی از توقف کامل سیستم کمینه گردد. همچنین در این مدل صرفه جویی حاصل از سفارش دسته ای قطعات در هزینه های کل سیستم لحاظ شده است.

نتایج حاصل از حل مدل نشان می دهند که بهینه سازی هزینه الزاما با افزایش سطح اطمینان سیستم معادل نیست. برای تحقیقات آتی می توان مدل را با در نظر گرفتن عدم قطعیت در برخی از پارامترها مانند قابلیت اطمینان قطعات و هزینه های سیستم به کار برد که در این حالت می توان از متغیرهای فازی بهره گرفت.

منابع و مراجع

- [1] J. Chin-Chia, and Y. W. Laih. "Distribution and Reliability Evaluation of Max-Flow in Dynamic Multi-State Flow Networks." *European Journal of Operational Research* (2016).
- [2] Li, Ying Yi, et al. "Reliability analysis of multi-state systems subject to failure mechanism dependence based on a combination method." *Reliability Engineering & System Safety* (2016).
- [3] Peng, Rui, Hui Xiao, and Hanlin Liu. "Reliability of multi-state systems with a performance sharing group of limited size." *Reliability Engineering & System Safety* (2016).
- [4] Yeh, Cheng-Ta, and Lance Fiondella. "Optimal redundancy allocation to maximize multi-state computer network reliability subject to correlated failures." *Reliability Engineering & System Safety* (2016).
- [5] Fyffe, David E., William W. Hines, and Nam Kee Lee. "System reliability allocation and a computational algorithm." *IEEE Transactions on Reliability* 17.2 (1968): 64-69.